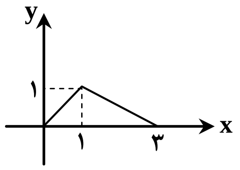
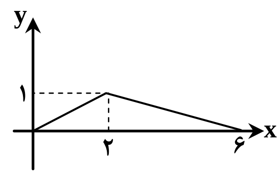
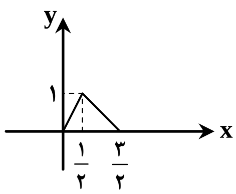
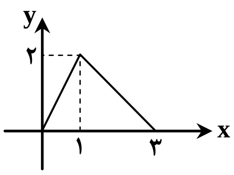
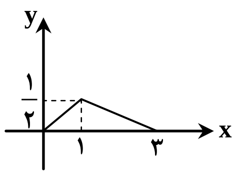
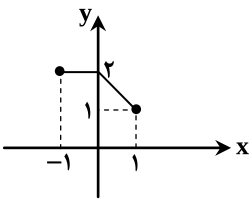
ردیف		نمره
۱	درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را تعیین کنید. الف) اگر $k>1$ باشد، نمودار $y=kf(x)$ از انبساط عمودی نمودار $y=f(x)$ حاصل می‌شود. ب) اگر $A(2,3)$ یک نقطه از نمودار تابع $y=f(x)$ باشد، آنگاه $A'(-3,3)$ نقطهٔ متناظر آن روی تابع $g(x)=f(1-2x)$ است. پ) اگر طول نقاط تابع $y=f(x)$ را قرینه کنیم، نقاط تابع $y=f(-x)$ به‌دست می‌آیند. ت) نمودار تابع $y=2-\sqrt{x}$ از ناحیه اول عبور نمی‌کند.	۲
۲	جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید. الف) نمودار تابع $y=-f(x)$، قرینه نمودار تابع $y=f(x)$ نسبت به محور .... است. ب) اگر $k>0$، برای رسم نمودار تابع $y=f(kx)$، کافی است طول نقاط نمودار تابع $y=f(x)$ را در .... ضرب کنیم. پ) اگر $x=3$ عضو دامنهٔ تابع $y=f(x)$ باشد، آنگاه .... عضو دامنهٔ تابع $y=f(\frac{2}{3}x)$ است. ت) برای رسم نمودار $y=f(x-2)$، کافی است نمودار $y=f(x)$ را ۲ واحد در جهت افقی به‌سمت .... انتقال دهیم.	۲
۳	نمودار تابع $y=f(x)$ به‌صورت زیر است. نمودار تابع $g(x)=f(2x)$ و $h(x)=2f(x)$ را از بین نمودارهای زیر انتخاب کنید و سپس شمارهٔ مربوط به آن را در پاسخ‌نامه بنویسید. (دو نمودار اضافی است.)  ۱)  ۲)  ۳)  ۴) 	۱
۴	الف) نمودار تابع $y=f(x)$ در زیر رسم شده است. با انجام مراحل رسم، نمودار تابع $g(x)=2-f(1-\frac{1}{3}x)$ را رسم کنید. ب) دامنه و برد $g(x)$ را به‌دست آورید. 	۳/۵
۵	الف) به کمک نمودار $y=x^3$ نمودار تابع $f(x)=x^3-3x^2+3x$ را رسم کنید. (مرحله به مرحله انجام شود) ب) نمودار تابع $g(x)=\begin{cases} f(x) & x\le 2 \\ 2-x & x>2 \end{cases}$ را رسم کنید و تعیین کنید که در چه بازه‌ای صعودی اکید و در چه بازه‌ای نزولی اکید است.	۳
۶	الف) فرض کنید تابع f در یک بازه اکیداً نزولی و a و b به این بازه متعلق باشند. اگر $f(a)<f(b)$، نشان دهید $a>b$. ب) اگر $f(x)=(\frac{\sqrt{2}}{2})^x$ و $f(2x+1)<f(x+3)$ باشد، حدود x را به‌دست آورید.	۳
۷	مقادیر a و b را به گونه‌ای بیابید که چندجمله‌ای $f(x)=x^4-6x^2+ax+b$ بر $x-1$ بخش‌پذیر بوده و باقی‌مانده تقسیم آن بر $x-2$ برابر $f(1)$ باشد.	۲/۵
۸	الف) عبارت x^6+64 را برحسب عامل $x-2$ تجزیه کنید. ب) اگر $f(x)$ یک چندجمله‌ای و $x^5+1=(x+1)f(x)$ باشند، ضابطهٔ $f(x)$ و سپس مقدار $f(-1)$ را به‌دست آورید.	۳

موفق باشید

گزینه دو

مؤسسه آموزشی فرهنگی

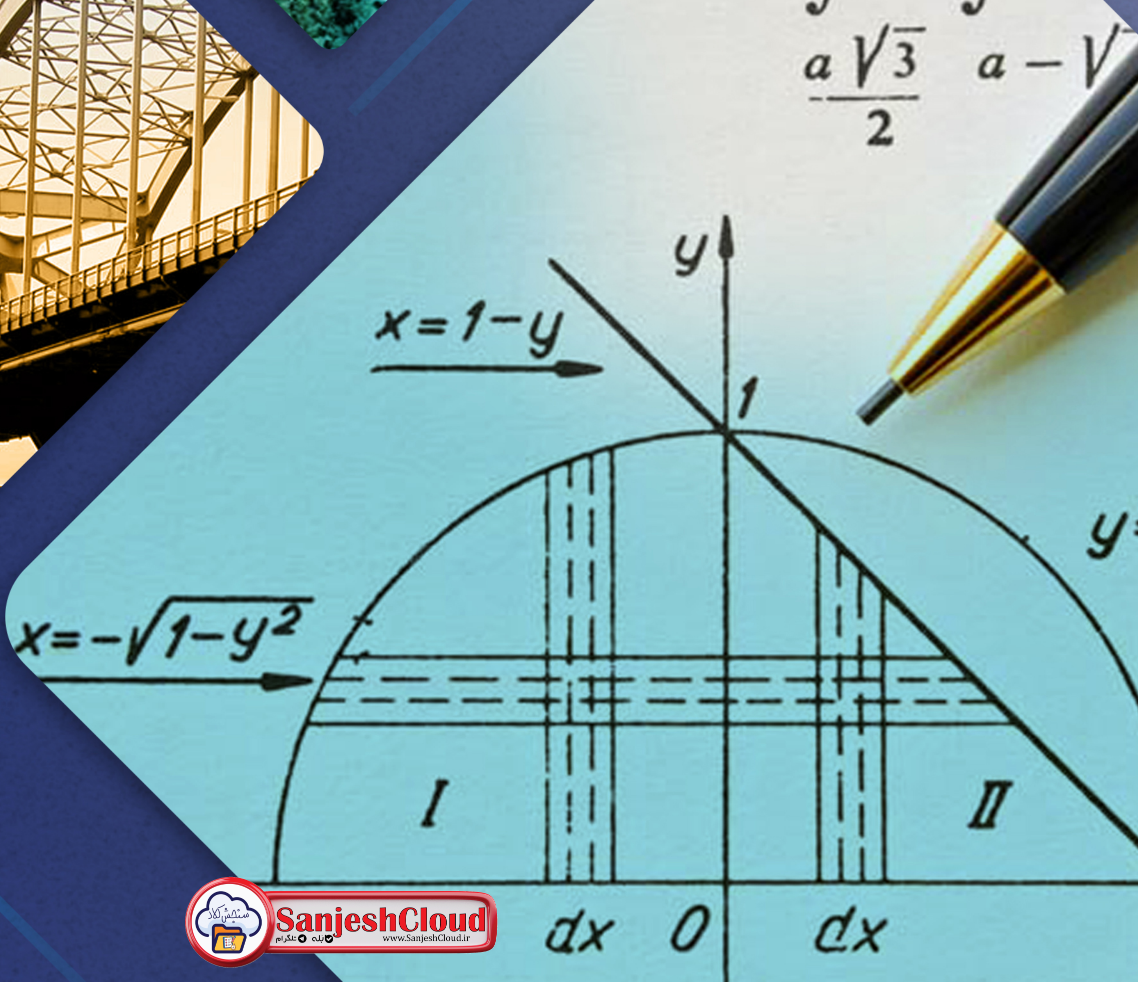
ویژهٔ پایهٔ دوازدهم

آبان ۱۴۰۴

دفترچه پاسخ تشریحی

ارزشیابی تشریحی مرحله ۱

حسابان ۲ (رشته ریاضی و فیزیک)



۱۴۰۴-۱۴۰۵

-۱

الف) درست

نکته: برای رسم نمودار تابع $y=kf(x)$، کافی است عرض نقاط نمودار تابع $y=f(x)$ را در k ضرب کنیم.

اگر $k>1$، نمودار $y=kf(x)$ از انبساط عمودی نمودار $y=f(x)$ حاصل می‌شود و اگر $0<k<1$، نمودار $y=kf(x)$ از انقباض عمودی نمودار $y=f(x)$ به‌دست می‌آید.

ب) نادرست

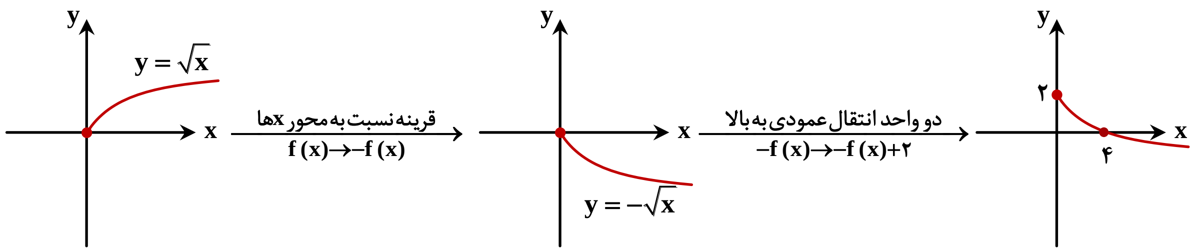
مختصات نقطهٔ A را در تابع $y=f(x)$ قرار می‌دهیم: $f(۲)=۳$

پس داریم: $f(۱-۲x)=g(x) \Rightarrow ۱-۲x=۲ \Rightarrow -۲x=۱ \Rightarrow x=-\frac{۱}{۲}$

یعنی نقطهٔ $A'(-\frac{۱}{۲},۳)$ روی نمودار تابع $g(x)$ قرار دارد.

پ) درست

ت) نادرست



-۲

الف) xها (طول‌ها)

ب) $\frac{۱}{k}$

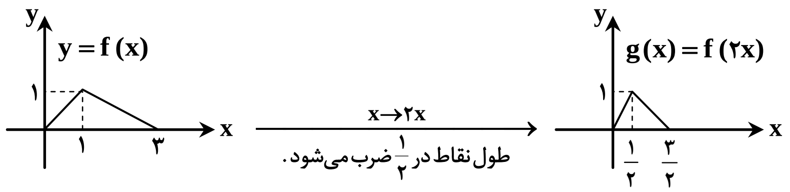
پ) $x=\frac{۹}{۲}$

$$\xrightarrow[\text{طول نقاط ضرب در } \frac{۱}{k} \text{ می‌شود}]{x\to kx} ۳\times(\frac{۱}{\frac{۲}{۳}}) \Rightarrow ۳\times(\frac{۳}{۲})=\frac{۹}{۲}$$

ت) راست (xهای مثبت)

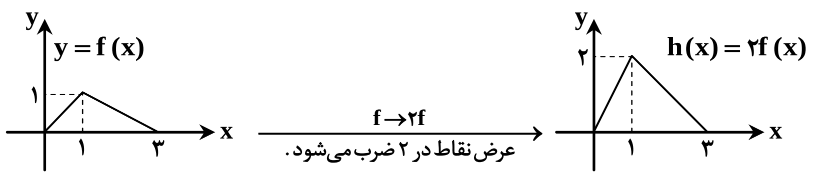
-۳

برای رسم نمودار تابع $y=f(kx)$، کافی است طول نقاط نمودار تابع $y=f(x)$ را در $\frac{۱}{k}$ ضرب کنیم.



→ شکل شمارهٔ (۲)

برای رسم نمودار تابع $y=kf(x)$، کافی است عرض نقاط نمودار تابع $y=f(x)$ را در k ضرب کنیم.



→ شکل شمارهٔ ۳

-۴

مصحح محترم:

۱) درصورتی‌که هرکدام از مراحل رسم به‌درستی انجام شده، نمره تعلق گیرد.

۲) درصورتی‌که دانش‌آموز یکی از مراحل رسم را به‌درستی انجام نداده اما سایر مراحل به‌درستی انجام شده فقط نمرهٔ مربوط به همان یک بخش کسر شود.

۳) درصورتی‌که دانش‌آموزی در هر مرحله، نقاط را روی محورهای مختصات مشخص نکرده، ۰/۲۵ نمره از هر بخش نمره کسر شود.

الف)

نکته: اگر عرض نقاط تابع $y=f(x)$ را قرینه کنیم، نقاط تابع $y=-f(x)$ به‌دست می‌آیند. بنابراین نمودار تابع $y=-f(x)$، قرینهٔ نمودار تابع $y=f(x)$ نسبت به محور طول‌ها است.

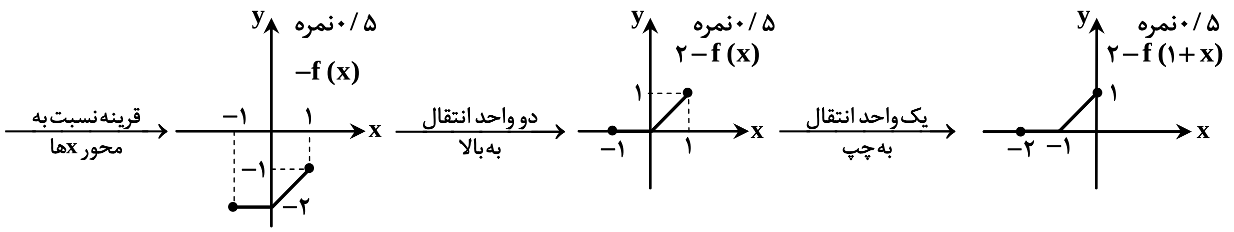
نکته: برای رسم نمودار $y=f(x)+k$، اگر $k>0$، کافی است نمودار تابع $y=f(x)$ را k واحد در راستای قائم به‌سمت بالا انتقال دهیم و برای $k<0$ این انتقال به اندازهٔ $|k|$ واحد به‌سمت پایین انجام می‌شود.

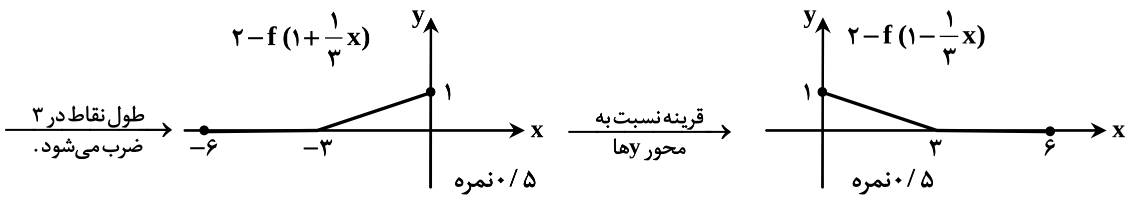
نکته: برای رسم نمودار $y=f(x+k)$، اگر $k>0$، کافی است نمودار تابع $y=f(x)$ را k واحد در جهت افقی به‌سمت چپ انتقال دهیم و برای $k<0$، این انتقال به اندازهٔ $|k|$ واحد به‌سمت راست انجام می‌شود.

نکته: برای رسم نمودار تابع $y=f(kx)$، کافی است طول نقاط نمودار تابع $y=f(x)$ را در $\frac{1}{k}$ ضرب کنیم.

اگر $k>1$، نمودار $y=f(kx)$ از انقباض افقی نمودار $y=f(x)$ در راستای محور طول‌ها به‌دست می‌آید و اگر $0<k<1$ باشد، این نمودار از انبساط افقی نمودار $y=f(x)$ حاصل می‌شود.

نکته: اگر طول نقاط تابع $y=f(x)$ را قرینه کنیم، نقاط تابع $y=f(-x)$ به‌دست می‌آیند. بنابراین نمودار تابع $y=f(-x)$ قرینهٔ نمودار تابع $y=f(x)$ نسبت به محور عرض‌ها است.





ب) $[0,6]$: دامنه (۰/۵ نمره) $[0,1]$: برد (۰/۵ نمره)

-۵

مصحح محترم:

۱) درصورتی‌که هرکدام از مراحل رسم به‌درستی انجام شده، نمره تعلق گیرد.

۲) درصورتی‌که دانش‌آموز یکی از مراحل رسم را به‌درستی انجام نداده اما سایر مراحل به‌درستی انجام شده فقط نمرهٔ مربوط به همان یک بخش کسر شود.

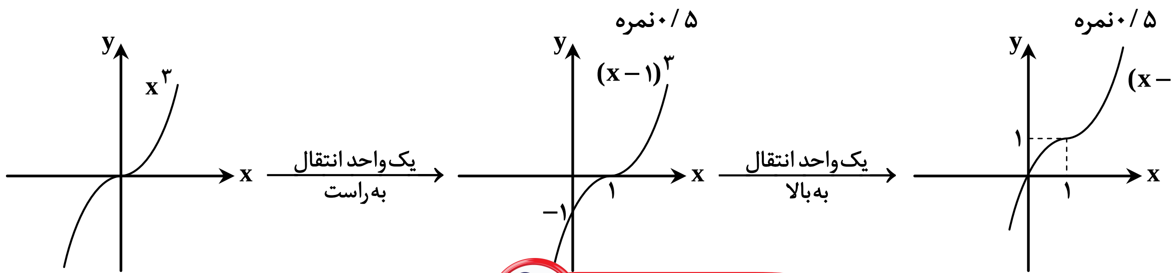
۳) درصورتی‌که دانش‌آموزی در هر مرحله، نقاط را روی محورهای مختصات مشخص نکرده، ۰/۲۵ نمره از هر بخش نمره کسر شود.

الف)

نکته: برای رسم نمودار $y=f(x)+k$، اگر $k>0$، کافی است نمودار تابع $y=f(x)$ را k واحد در راستای قائم به‌سمت بالا انتقال دهیم و برای $k<0$ این انتقال به اندازهٔ $|k|$ واحد به‌سمت پایین انجام می‌شود.

نکته: برای رسم نمودار $y=f(x+k)$، اگر $k>0$، کافی است نمودار تابع $y=f(x)$ را k واحد در جهت افقی به‌سمت چپ انتقال دهیم و برای $k<0$، این انتقال به اندازهٔ $|k|$ واحد به‌سمت راست انجام می‌شود.

$$y=x^3+3x^2+3x+1-1 \Rightarrow y=(x-1)^3+1$$



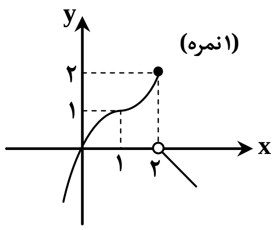
ب)

نکته: برای رسم نمودار تابع $y=kf(x)$، کافی است عرض نقاط نمودار تابع $y=f(x)$ را در k ضرب کنیم.
اگر $k>۱$، نمودار $y=kf(x)$ از انبساط عمودی نمودار $y=f(x)$ حاصل می‌شود و اگر $۰<k<۱$، نمودار $y=kf(x)$ از انقباض عمودی نمودار $y=f(x)$ به‌دست می‌آید.

نکته: اگر عرض نقاط تابع $y=f(x)$ را قرینه کنیم، نقاط تابع $y=-f(x)$ به‌دست می‌آیند. بنابراین نمودار تابع $y=-f(x)$، قرینهٔ نمودار تابع $y=f(x)$ نسبت به محور طول‌ها است.

در بازهٔ $\underbrace{(-\infty,۲]}_{۰/۵\text{نمره}}$ صعودی اکید و در بازهٔ $\underbrace{(۲,+\infty)\ \text{یا}\ [۲,+\infty)}_{۰/۵\text{نمره}}$ نزولی اکید است.

(۱نمره)



۶-

الف) از برهان خلف استفاده می‌کنیم. فرض کنید $a\le b$ باشد، چون f اکیداً نزولی است، پس $f(a)\ge f(b)$ است و این با فرض $f(a)<f(b)$ تناقض دارد، پس $a>b$ است.

۰/۲۵ نمره ۰/۲۵ نمره ۰/۲۵ نمره ۰/۲۵ نمره ۰/۲۵ نمره ۰/۲۵ نمره

ب) تابع f اکیداً نزولی است.
۰/۵ نمره

$$f(۲x+۱)<f(x+۳)\Rightarrow ۲x+۱>x+۳\Rightarrow x>۲\quad (۱\ \text{نمره})$$

۷-

نکته: اگر چندجمله‌ای $f(x)$ بر $x-a$ بخش‌پذیر باشد، $f(a)=۰$ است. باقی‌ماندهٔ تقسیم چندجمله‌ای $f(x)$ بر $x-b$ برابر با $f(b)$ است.

$$x-۱=۰\Rightarrow x=۱\quad (۰/۲۵\text{نمره})$$

$$\overbrace{f(۱)=۰}^{(۰/۲۵\text{نمره})}\Rightarrow ۱-۶+a+b=۰\Rightarrow a+b=۵\quad (۰/۲۵\text{نمره})$$

$$x-۲=۰\Rightarrow x=۲\quad (۰/۲۵\text{نمره})$$

$$f(۲)=f(۱)=۰\Rightarrow \underbrace{۱۶-۲۴+۲a+b}_{(۰/۲۵\text{نمره})}=۰\Rightarrow ۲a+b=۸\quad (۰/۲۵\text{نمره})$$

$$\Rightarrow\begin{cases}a+b=۵\\ ۲a+b=۸\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=۳\quad (۰/۵\text{نمره})\\ b=۲\quad (۰/۵\text{نمره})\end{cases}$$

۸-

الف)

نکته: به‌ازای تمام اعداد طبیعی n، x^n-a^n بر $x-a$ بخش‌پذیر است:

$$x^n-a^n=(x-a)(x^{n-۱}+ax^{n-۲}+a^۲x^{n-۳}+\cdots+a^{n-۲}x+a^{n-۱})$$

$$x^۶-۶۴=(x-۲)(x^۵+۲x^۴+۴x^۳+۸x^۲+۱۶x+۳۲)\quad (۱/۵\ \text{نمره})$$

ب)

نکته: اگر n عددی طبیعی و فرد باشد، x^n+a^n بر $x+a$ بخش‌پذیر است:

$$x^n+a^n=(x+a)(x^{n-۱}-ax^{n-۲}+a^۲x^{n-۳}-\cdots-a^{n-۲}x+a^{n-۱})$$

$$x^۵+۱=(x+۱)(x^۴-x^۳+x^۲-x+۱)\quad (۱/۲۵\ \text{نمره})$$

پس $f(x)=x^۴-x^۳+x^۲-x+۱$ و در نتیجه $\underbrace{f(-۱)=۵}_{(۰/۲۵\text{نمره})}$ است.